



MECANIQUE DU SOLIDE

Problème plan

9

1 – PRÉAMBULE

Le traitement des problèmes de dynamique (ou de statique) peut parfois être simplifié en ramenant dans un plan un système tridimensionnel. Cette simplification, si elle est possible, ne se fait pas au détriment de la qualité des résultats ; elle ne fait que faciliter le traitement du problème.

Par ailleurs, il arrive que certaines géométries présentent un degré d'hyperstatisme $h > 0$ impliquant de facto plus d'inconnues que d'équations de résolution. Si des considérations géométriques permettent raisonnablement d'annuler d'emblé certaines inconnues, alors il faut le faire ; ceci *peut* rendre le problème soluble.

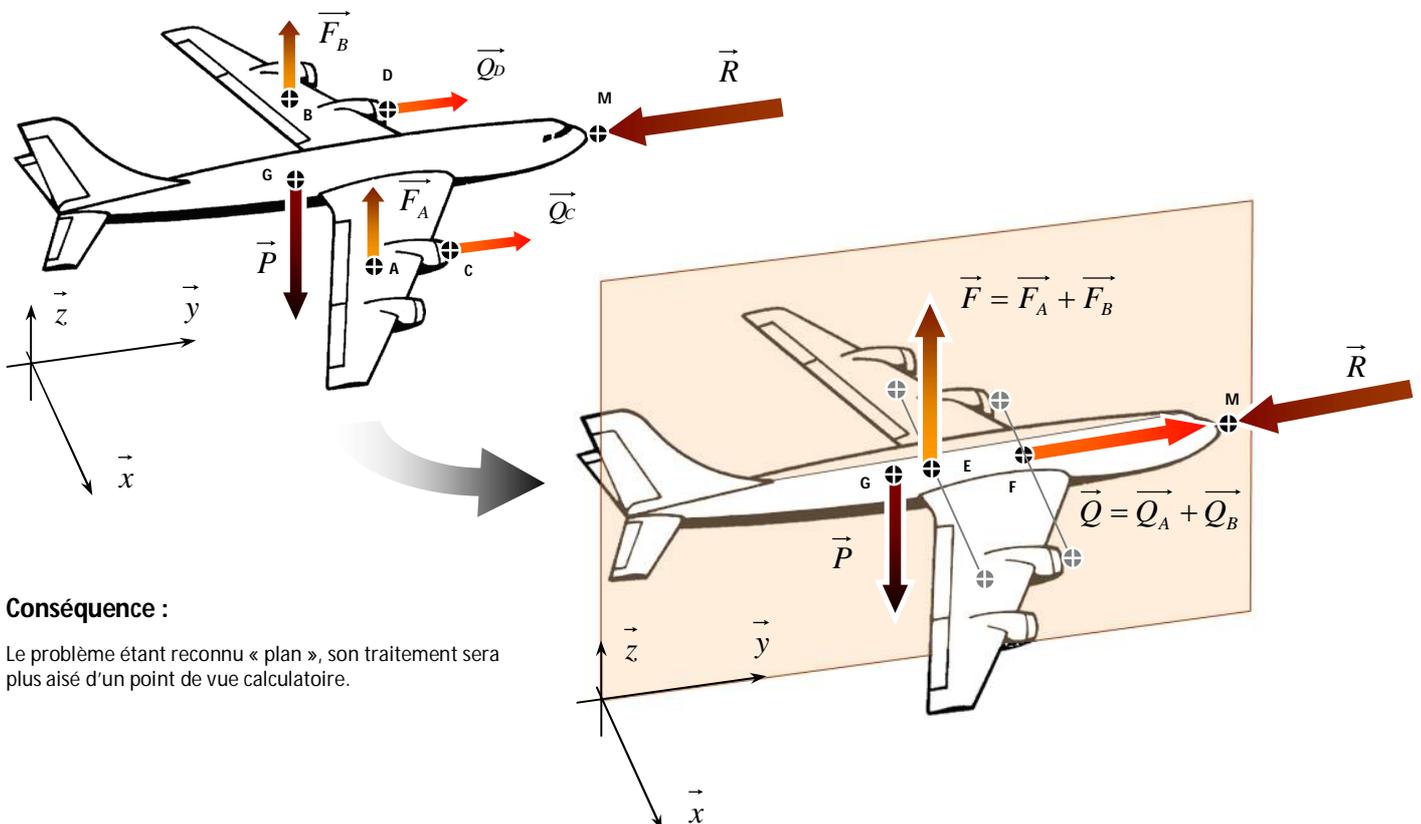
2 – CONDITIONS POUR DÉCLARER UN PROBLEME PLAN

Un problème est dit « plan » si les trois conditions suivantes sont vérifiées :

- ⇒ La géométrie des masses du mécanisme possède un plan de symétrie,
- ⇒ Les forces peuvent toutes être ramenées dans le plan de symétrie,
- ⇒ Les couples sont tous perpendiculaires au plan de symétrie.

3 – UTILITÉ POUR SIMPLIFIER LE TRAITEMENT D'UN PROBLEME

Le plan $(\vec{y}; \vec{z})$ est un plan de symétrie géométrique de l'avion. → \vec{P} et \vec{R} sont dans ce plan ;
 → \vec{F}_B et \vec{F}_A sont symétriques, la résultante \vec{F} est ramenée dans le plan de symétrie en E.
 → \vec{Q}_D et \vec{Q}_C sont symétriques, la résultante \vec{Q} est ramenée dans le plan de symétrie en F.

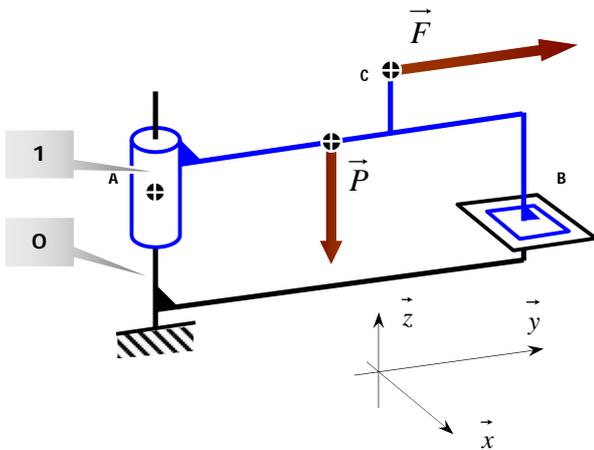


Conséquence :

Le problème étant reconnu « plan », son traitement sera plus aisé d'un point de vue calculatoire.

4 – UTILITÉ POUR RENDRE SOLUBLE UN PROBLEME HYPERSTATIQUE

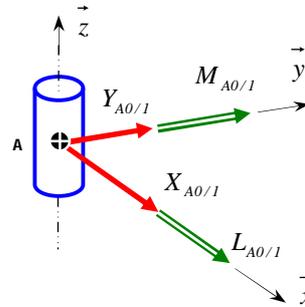
Considérons par exemple le système suivant composé de deux solides $\{0\}$ et $\{1\}$ en contact en A et en B :
Ces contacts impliquent des liaisons mécaniques qui ici ont été modélisées par le schéma suivant :



Si on isole $\{1\}$ et qu'on fait le **B.A.M.E.** ; il y a **7 inconnues** algébriques au total.

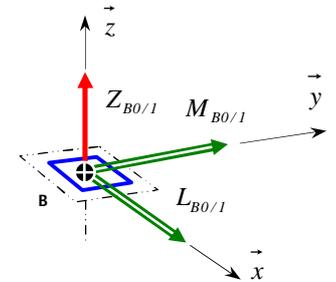
Efforts transmissibles dans la pivot glissant d'axe (A ; \vec{y}) :

⇒ **4 inconnues algébriques**



Efforts transmissibles dans l'appui plan de normale (B ; \vec{y}) :

⇒ **3 inconnues algébriques**



\vec{P} et \vec{F} représentent un chargement supposé connu.

L'application du **P.F.D.** (ou du **P.F.S.**) sur l'ensemble $\{1\}$ ne donnerait que 6 équations de résolution, dont **5 équations** vraiment utiles.

⇒ **Le système est donc hyperstatique d'ordre 2 ($h = 2$)**, car il y a 2 inconnues de plus que d'équations de résolution. L'étude ne peut pas être résolue complètement.

Observons maintenant ce qui suit :

⇒ Les points A, B, C et D qui définissent la géométrie du système sont tous contenus dans un même plan ; ce dernier est donc plan de symétrie géométrique.

⇒ Les efforts extérieurs \vec{P} et \vec{F} sont dans ce plan.

Ce faisant, L'application du **P.F.D.** (ou **P.F.S.**) on montre que :

⇒ Puisque Les efforts \vec{P} et \vec{F} sont dans le plan (\vec{y} ; \vec{z})

⇒ $X_{A0/1} = 0$ car « inutile »

⇒ Puisque tous les bras de levier sont dans le plan (\vec{y} ; \vec{z})

⇒ $M_{A0/1} = 0$ et $M_{B0/1} = 0$ car « inutiles »

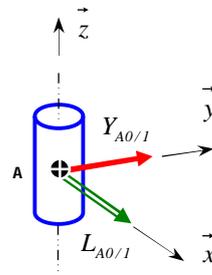
3 inconnues algébriques ont été supprimées. Le problème ne possède donc plus que **4 inconnues** algébriques et l'application du **P.F.D.** (ou du **P.F.S.**) sur l'ensemble $\{1\}$ donne toujours **5 équations** utiles.

⇒ **Le système est donc isostatique ($h = 0$)** car il y a 4 inconnues algébriques contre 5 équations de résolution. L'étude peut être résolue complètement.

Il en résulte une règle applicable quelque que soit le cas de figure :

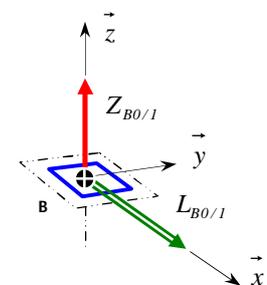
Efforts transmissibles dans la pivot glissant d'axe (A ; \vec{y}) :

⇒ **4 inconnues algébriques**



Efforts transmissibles dans l'appui plan de normale (B ; \vec{y}) :

⇒ **3 inconnues algébriques**



Si une étude présente un plan de symétrie :

Toutes les forces appartiennent à ce plan de symétrie.

Tous les moments ou couples sont perpendiculaires à ce plan de symétrie.



On peut donc, dès le **B.A.M.E.**, mettre à **0**, toutes les inconnues algébriques ne respectant pas ces deux règles !